

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adott az $A = \{1; 2; 5; 6\}$ halmaz.
Tudjuk, hogy $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, valamint $A \cap B = \{1; 2\}$.
Elemi felsorolásával adja meg a B halmazt!

$B =$	2 pont	
-------	--------	--

2. Egy téglalap egyik oldala 10 cm, átlója 26 cm hosszú.
Számítsa ki a másik oldal hosszát!

A másik oldal hossza:	2 pont	
-----------------------	--------	--

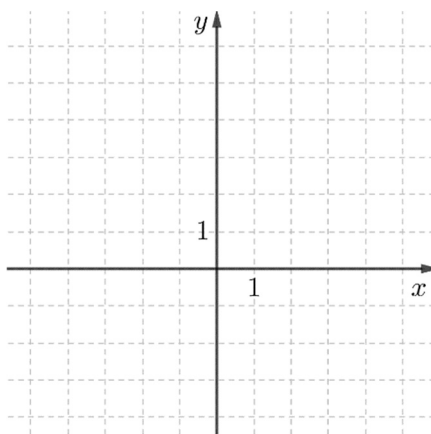
3. Melyik az a szám, amelyik 6-tal kisebb, mint az ellentettje?

	2 pont	
--	--------	--

4. Ha 35 dkg sajt ára 840 Ft, akkor mennyibe kerül ebből a sajtból 1 kg?

1 kg sajt ára:	Ft	2 pont	
----------------	----	--------	--

5. Ábrázolja a $[-1; 3]$ zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto 2x - 1$ függvényt!



3 pont	
--------	--

6. Adjon meg öt pozitív egész számot, melyek átlaga 4 és (egyetlen) módusza 3.

Öt megfelelő szám:	2 pont	
--------------------	--------	--

7. Az alábbi, a valós számok halmazán értelmezett függvények (f, g, h, i) közül válassza ki azokat, amelyeknek az 1 zérushelye!

$$f: x \mapsto 2x + 1$$

$$g: x \mapsto (x - 2)^2 - 1$$

$$h: x \mapsto |x - 1| + 1$$

$$i: x \mapsto (x - 1)^2$$

	2 pont	
--	--------	--

8. Számítsa ki a szabályos tízszög egy belső szögének nagyságát!

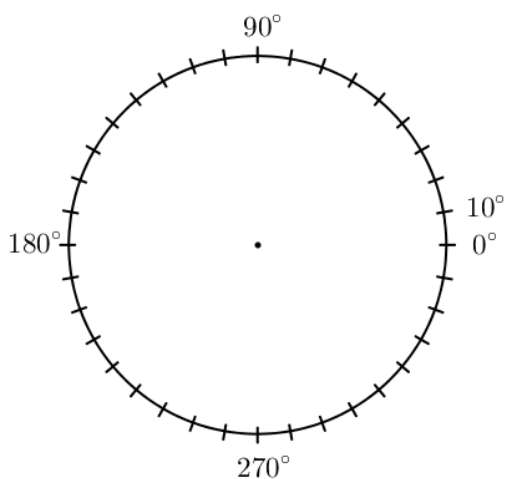
	2 pont	
--	--------	--

9. Oldja meg a $3 \cdot 4^x = 96$ egyenletet a valós számok halmazán! Megoldását részletezze!

	2 pont	
$x =$	1 pont	

10. Az alábbi táblázat egy statisztika dolgozat eredményeit mutatja egy 18 fős csoportban. Készítsen kördiagramot ezekből az adatokból!

eredmény	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles
fő	1	3	4	6	4

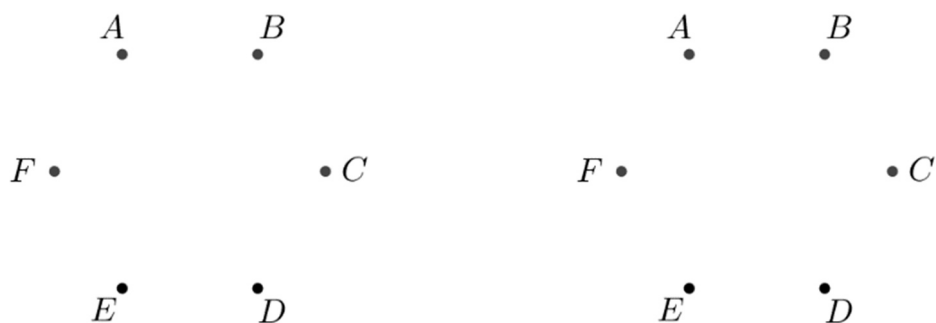


3 pont	
--------	--

11. Adja meg az összes olyan 6-tal osztható négyjegyű természetes számot, melyben csak 1-es és 2-es számjegy szerepel!

A számok:	3 pont	
-----------	--------	--

12. Egy hatfős társaságban Andrásnak 5, Borinak 5, Cilinek 3, Dezsőnek 3, Elemérnek 2 ismerőse van. Hány ismerőse lehet a többiek között Flórának, a társaság hatodik tagjának? Minden lehetőséget szemléltessen a megfelelő ismeretségi gráffal! (Az ismeretség kölcsönös, a gráfban a pontok mellett a nevek kezdőbetűje szerepel. A gráfban két pontot akkor kössön össze él, ha a megfelelő személyek ismerik egymást.)



	2 pont	
Flórának ennyi ismerőse lehet:	2 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	4	
ÖSSZESEN		30	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

II.

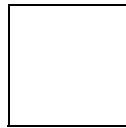
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban felkelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletsámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{3x+1}{2} + \frac{x-1}{3} = 13$

b) $\sqrt{x-1} = 7-x$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

- 14.** a) Egy **mértani sorozat** első tagja 0,75, negyedik tagja 6. Határozza meg a sorozat hányadosát és első húsz tagjának összegét!
- b) Egy **számtani sorozat** első három tagjának összege 18. A harmadik és a negyedik tag összege 28-cal nagyobb az első és a második tag összegénél. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét, valamint a sorozat első húsz tagjának összegét!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

- 15.** Egy dobozkészlet három, vékony fémlémezből készült forgáshenger alakú dobozból áll. A legnagyobb doboz alaplapjának sugara 13 cm, magassága 18 cm. (A lemez vastagságától eltekintünk.)



- a)** Számítsa ki, hány liter a legnagyobb fémdoboz térfogata!
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A doboz elkészítéséhez (az illesztések, a dobozfedő pereme, illetve az anyagvesztés miatt) 18%-kal több lemezre van szükség, mint amennyi egy ugyanekkora forgáshenger felszíne.

- b)** Hány négyzetméter lemez szükséges ahhoz, hogy a legnagyobb dobozból el lehet készíteni 1000 darabot?

A dobozok ára egyenesen arányos az elkészítésükhöz szükséges lemez területével. A legkisebb doboz 800 cm^2 , a középső 2000 cm^2 lemezből készül el. A két doboz ára összesen 2100 Ft.

- c)** Mennyibe kerül a legkisebb, és mennyibe kerül a középső doboz?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

16. Adottak a koordináta-rendszerben az $A(0; 4)$, $B(1; 0)$, $C(6; 2)$ és $D(5; 6)$ pontok.

- a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!
- b) Mutassa meg, hogy az $ABCD$ négyszög paralelogramma!
- c) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma B csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

A sokszögeket a csúcsaikhoz írt nagybetűkkel jelöljük (pl. $ABCD$, $EFGH$). A betűzés akkor „szabályos”, ha valamelyik csúcsból kiindulva és az egyik körüljárási irányban haladva a betűk ábécésorrendben követik egymást.

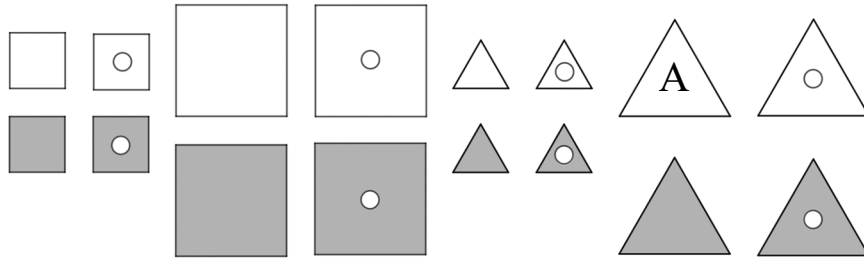
- d) Egy négyszög négy csúcsához az E , F , G és H betűket írjuk véletlenszerű sorrendben. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a betűzés szabályos lesz?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

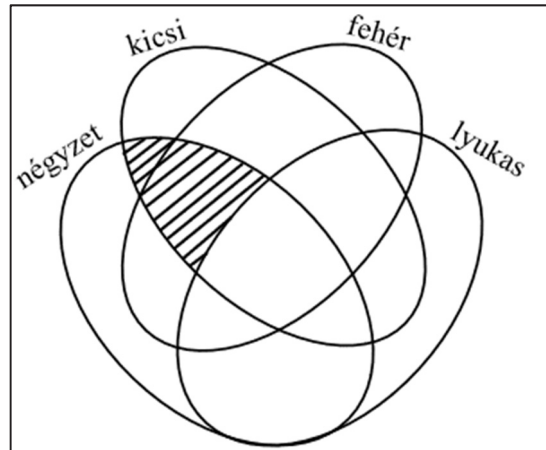
17. Az ábrán látható, 16 elemű logikai készletben minden elemnek négy tulajdonsága van:

- lehet kicsi vagy nagy;
- lehet fehér vagy szürke;
- lehet lyukas vagy nem lyukas;
- lehet négyzet vagy háromszög.



A készlet egyik elemét egy A betűvel megjelöltük.

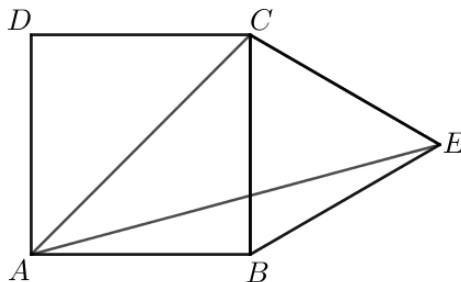
- a) Helyezze el a halmazábrába az A-val jelölt elemet (írjon a megfelelő részbe egy A betűt)!
- b) **Karikázza be** a fenti készletben az összes olyan elemet, amelyek a satírozott részhalmazba tartoznak!



A 16 elemű készletből véletlenszerűen kihúzzunk két elemet (visszatevés nélkül).

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kihúzott elem kicsi háromszög?

Az $ABCD$ négyzet oldala 3 cm hosszú. A négyzet BC oldalára kifelé megrajzoltuk a BCE szabályos háromszöget az ábrán látható módon.



- d) Hány négyzetcentiméter az ACE háromszög területe?
- e) Igazolja, hogy az ACE háromszög körülírt körének középpontja a B pont!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	6 pont	
e)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Andrea és Balázs *kockarulettet* játszanak. Egy játék abból áll, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobnak. A dobás előtt a játékszervényen megadott öt eseményre lehet fogadni úgy, hogy a játékosok minden játék előtt beírják a tétjeiket a játékszervény megfelelő oszlopába. A tétként feltett pontokat levonják a játékos pontszámából. A szervényen látható az egyes eseményekre a nyereményszorzó is, ami megmutatja, hogy a tétként feltett pontok hányszorosát kapják meg nyereményként, amennyiben az esemény bekövetkezik.

A játékosok 100 ponttal indulnak. A lenti ábrán Andrea játékszervényét látjuk. Az 1. játékban 10-10-10 pontot tett fel három eseményre, és ezek után az 1 és 4 számokat dobták a kockákkal. Andrea az első téttel nem nyert, de a másik kettővel $3 \cdot 10$, illetve $2 \cdot 10$ pontot nyert. Összesen 30 pontot tett fel, és 50 pontot nyert, tehát az 1. játék után 120 pontja lett, ennyivel kezdi a 2. játékot.

ESEMÉNY	nyeremény- szorzó	TÉTEK		
		1. játék	2. játék	3. játék
A: két páros számot dobunk	4	10		
B: az egyik szám páros, a másik páratlan	3	0		
C: a számok összege kisebb, mint 6	3	10		
D: a számok szorzata páros	2	10		
E: dobunk 6-ost	3	0		
	összes tét	30		
	nyeremény	50		
	pontszám a játék után	120		
	dobott számok	1, 4		

- a) A 2. játékban Andrea ugyanerre a három eseményre fogadott 20-20-20 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Melyik számokat dobták a 2. játékban, és mennyi lett Andrea pontszáma a 2. játék után?
- b) A 3. játékban Andrea az első három eseményre fogadott 10-10-10 ponttal, de egyikkel sem nyert. Melyik számokat dobhatták a 3. játékban?
- c) Balázs az egyik játékban az A, a D és az E eseményre fogadott összesen 70 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Az E eseményre éppen kétszer annyi tétet tett, mint az A-ra. Hány ponttal fogadott Balázs az A eseményre, ha összesen 200 pont lett a **nyereménye**?
- d) Egy másik napon már három, különböző színű szabályos dobókockával dobtak egyszerre. Az új játékhoz új eseményeket találtak ki, az egyik esemény ez volt:

Dobunk 5-öst.

Számítsa ki ennek az eseménynek a valószínűségét!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző