ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2026. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel**,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
12. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
($\sqrt{26^2 - 10^2}$ =) 24 (cm)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
{1; 2; 3}, {1; 2; 4}, {1; 3; 4}	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

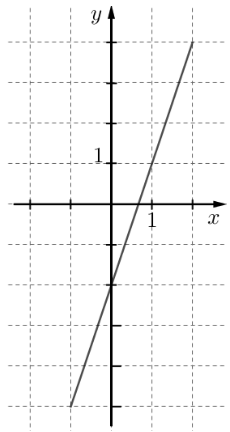
Megjegyzés: 1 pont jár, ha a vizsgázó egy vagy két jó választ adott rossz válasz nélkül, vagy a három jó válasz mellett rossz is szerepel. A többszörösen megadott halmaz is rossz válasznak minősül.

3.		
6	2 pont	*b^6 is elfogadható*
Összesen:	**2 pont**	

4.		
(A háromszög belső szögeit jelölje $3x$, $4x$ és $5x$.) Ekkor $3x + 4x + 5x = 180°$.	1 pont	
$x = 15°$	1 pont	
A legkisebb belső szög nagysága $3 \cdot 15° = 45°$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

5.		
A: hamis B: igaz C: hamis	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

6.		
Az adatok átlaga: $\left(\frac{12+15+11+19+13}{5} = \right)14$,	1 pont	
szórása: $\left(\sqrt{\frac{(-2)^2+1^2+(-3)^2+5^2+(-1)^2}{5}} = \right)\sqrt{8}$ (≈ 2,83).	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	

7.		
A vizsgázó olyan egyenest ábrázolt, amelynek a meredeksége 3,	1 pont	
és az y tengelyt a (–2)-ben metszi.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

8.		
$(6\cdot 5\cdot 4 =)$ 120	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
A sorozat differenciája $d=\dfrac{16-10}{2}=3$.	1 pont	
Az első tag $a_1 = 10 - 3 = 7$.	1 pont	
Az első tíz tag összege $S_{10}=\dfrac{2\cdot 7+9\cdot 3}{2}\cdot 10=$	1 pont	7 + 10 + … + 34 =
= 205.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

10.		
$(3{,}5\cdot 0{,}8 = 2{,}8$ óra, azaz) 168 (percig)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

11.		
a) 7	1 pont	
b) 26	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

12.		
90 darab pozitív kétjegyű szám van (összes eset).	1 pont	
A megfelelő számok: 11 (a számjegyek szorzata 1),	1 pont	
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 (a számjegyek szorzata 0). A kedvező esetek száma tehát 10.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\left(\dfrac{10}{90}=\right)\dfrac{1}{9}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II. A

13. a)		
A zárójelet felbontva és az egyenlet mindkét oldalát megszorozva 2-vel: $x^2-6x+9=2x+2$.	2 pont	
$x^2-8x+7=0$	1 pont	
Az egyenlet megoldásai: $x_1=1$, $x_2=7$.	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

13. b)		
Ambrus mostani életkorát (években) jelölje *x*, Bori mostani életkora ekkor 3*x*. Négy év múlva Ambrus életkora *x* + 4, Borié 3*x* + 4 lesz.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A szöveg alapján: $2{,}5\cdot(x+4)=3x+4$.	1 pont	
$2{,}5x+10=3x+4$	1 pont	
$x=12$	1 pont	
Ambrus most 12 éves, Bori 36 éves.	1 pont	
Ellenőrzés: 4 év múlva Ambrus 16 éves, Bori 40 éves lesz, ami megfelelő, mert $2{,}5\cdot16=40$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

14. a)		
(A legnagyobb belső szög a leghosszabb oldallal szemközti szög.) Felírjuk a koszinusztételt a leghosszabb oldalra: $7^2=5^2+3^2-2\cdot5\cdot3\cdot\cos\gamma$.	1 pont	
$\cos\gamma=-0{,}5$	2 pont	
$\gamma=120°$ valóban.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a $7^2=5^2+3^2-2\cdot5\cdot3\cdot\cos120°$ *egyenlőségről látja be, hogy igaz, de nem igazolja, hogy a* 120° *az egyetlen megfelelő szög, akkor ezért 3 pontot kapjon.*

14. b)		
(A trigonometrikus területképletet használva:) $T=\frac{3\cdot5\cdot\sin120°}{2}\approx$	1 pont	(Héron-képlettel:) $T=\sqrt{7{,}5\cdot4{,}5\cdot2{,}5\cdot0{,}5}$
$\approx 6{,}5$ cm^2.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

14. c)		
Az *ABC* háromszög kerülete 15 cm,	1 pont	*A DEF háromszög oldalainak hosszára:* $3x + 5x + 7x = 37{,}5$.
így a hasonlóság aránya $\lambda = \frac{37{,}5}{15} = 2{,}5$.	1 pont	$x = 2{,}5$
A *DEF* háromszög oldalainak hossza cm-ben: $(2{,}5 \cdot 3 =)$ 7,5; $(2{,}5 \cdot 5 =)$ 12,5 és $(2{,}5 \cdot 7 =)$ 17,5.	1 pont	
A hasonló háromszögek területének aránya egyenlő a hasonlóság arányának négyzetével,	1 pont*	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
így $\frac{T_{DEF}}{T_{ABC}} = 2{,}5^2 = 6{,}25$.	1 pont	$\frac{T_{ABC}}{T_{DEF}} = \frac{1}{2{,}5^2} = 0{,}16$ *is elfogadható.*
Összesen:	**5 pont**	

Megjegyzés: A $*$-gal jelölt pont akkor is jár, ha a vizsgázó helyesen kiszámítja a DEF háromszög területét.

15. a)		
$400\,000 \cdot 1{,}01^{11} \approx 446\,267$ (Ft)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

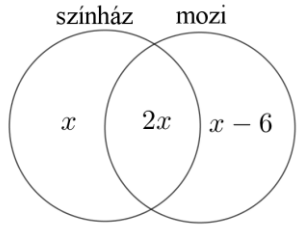
15. b)		
(Ha *n* hónap múlva éri el Balázs fizetése az 500 000 Ft-ot, akkor) $400\,000 \cdot 1{,}01^{n-1} = 500\,000$.	1 pont	
$1{,}01^{n-1} = 1{,}25$	1 pont	
$n - 1 = \log_{1{,}01} 1{,}25$	1 pont	$n - 1 = \frac{\lg 1{,}25}{\lg 1{,}01}$
$n \approx 23{,}4$	1 pont	
A 24. hónapban éri el Balázs fizetése az 500 000 Ft-ot.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel dolgozik, akkor a megfelelő pontok járnak.
2. Ha a vizsgázó hónapról hónapra észszerű és helyes kerekítésekkel kiszámolja Balázs fizetését, és ez alapján helyes választ ad, akkor a teljes pontszám jár.

15. c)		
A kiegyensúlyozott fizetési rendszerben az első $(12 \cdot 4 =)$ 48 hónapra összesen	1 pont	
$(48 \cdot 500\,000 =)$ 24 000 000 Ft fizetést lehet kapni.	1 pont	
A növekedési fizetési rendszer esetén a fizetések (forintban számolva) egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, melynek első tagja 400 000, a hányadosa pedig 1,01.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*

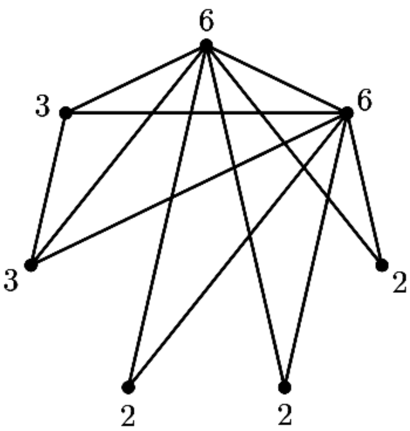
A növekedési fizetési rendszerben az első 48 hónapra összesen $S_{48}=400\,000\cdot\dfrac{1{,}01^{48}-1}{1{,}01-1}\approx$	1 pont	
$\approx$ 24 489 000 Ft fizetést lehet kapni.	1 pont	
Csillának igaza van.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

II. B

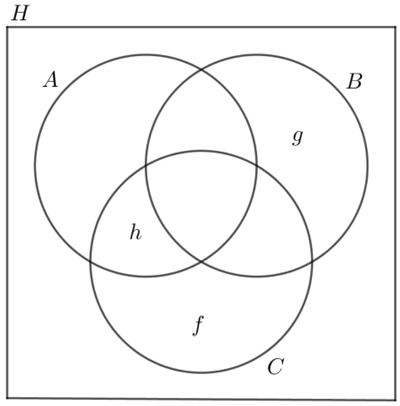
16. a)		
Azoknak a diákoknak a számát, akik csak színházban voltak jelölje x, ekkor $2x$ azok száma, akik moziban és színházban is voltak, és $x-6$ azoknak a száma, akik csak moziban voltak.	2 pont	
A szöveg alapján $x + 2x + x - 6 = 34$,	1 pont	
amiből $x = 10$.	1 pont	
$10 + 2\cdot 10 = 30$ fő ment színházba áprilisban.	1 pont	
Ellenőrzés: csak moziban $(10-6=)$ 4 diák volt, ami megfelelő (mert nemnegatív egész, és $10 + 20 + 4 = 34$).	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

16. b) első megoldás		
Legyen a perec tavalyi ára x Ft, így az üdítő tavalyi ára $1200 - x$ Ft.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A szöveg alapján: $1{,}2x + 1{,}1(1200 - x) = 1400$.	1 pont	
$x = 800$ Ft volt a perec és 400 Ft az üdítő ára egy éve (és ez megfelel a feladat szövegének, mert $1{,}2\cdot 800 + 1{,}1\cdot 400 = 960 + 440 = 1400$ valóban).	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

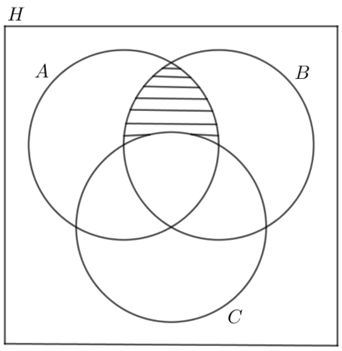
16. b) második megoldás		
Ha a perec és az üdítő is 10%-kal drágult volna, akkor egy perec és egy üdítő $(1200\cdot 1{,}1=)$ 1320 forintba kerülne idén.	2 pont	
Tehát a perec tavalyi árának 10%-a $(1400-1320=)$ 80 Ft.	1 pont	
Tehát a perec ára 800 Ft, az üdítőé 400 Ft volt egy éve.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

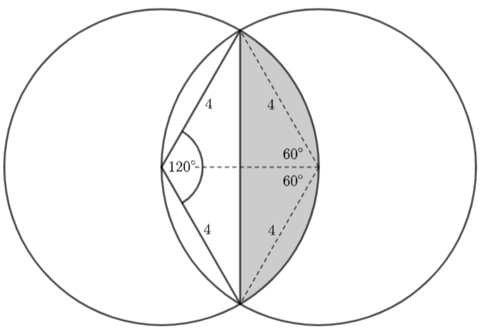
16. c)		
(Két diák válasza 6, így ők ketten mindenkivel voltak már színházban. Akik 2-t válaszoltak, azok csak az előző két diákkal voltak együtt korábban színházban. Akik 3-at válaszoltak, azok voltak együtt színházban.)  	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

16. d)		
A hét diák 7! (= 5040)-féleképpen kaphatja meg a helyre szóló jegyeket (összes eset száma).	1 pont	
A három lány számára 5-féleképpen választható ki a három szomszédos hely, ahova leülnek.	1 pont	*A három lányt egy elemnek tekintve összesen* 5 *elemet kell sorba rendezni, ami* 5!*-féleképpen lehetséges.*
A lányok a három szomszédos helyen minden esetben 3!-féleképpen, a fiúk pedig a maradék helyeken 4!-féleképpen foglalhatnak helyet.	1 pont	*A lányok* 3!*-féle sorrendben ülhetnek le egymás mellé.*
Tehát a kedvező esetek száma $5 \cdot 3! \cdot 4!$ (= 720).	1 pont	*Így a kedvező esetek száma* $5! \cdot 3! = 720$.
A keresett valószínűség: $\frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

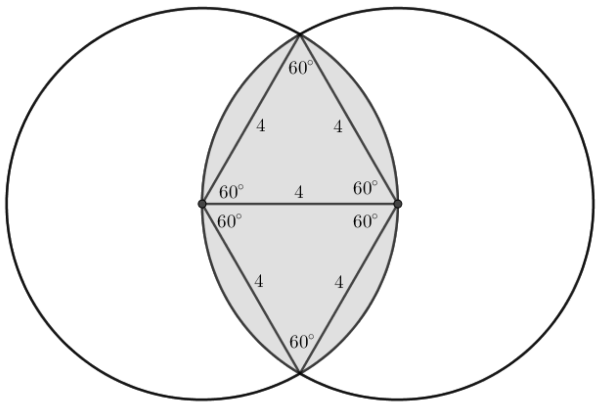
17. a)		
	2-2 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó valamelyik függvény betűjelét rossz helyre írja, de a három tulajdonság közül kettőt megfelelően vesz figyelembe, akkor ezen függvény betűjelének elhelyezéséért 1 pontot kapjon.

17. b)		
	2 pont	
Például: $x \mapsto -x^2 + 4$.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. c) első megoldás		
A körlapok közös részének területe két 4 cm sugarú, 120°-os középponti szögű körszelet területének összege. 	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A 120°-os körcikk területe: $\frac{4^2 \cdot \pi}{3} \approx 16{,}76$ cm^2.	2 pont	

Az egyenlőszárú háromszög területe (szárak hossza 4 cm, szárszög 120°): $\frac{4\cdot 4\cdot \sin 120°}{2} \approx 6{,}93\ \text{cm}^2$.	2 pont	*A háromszög két olyan egybevágó derékszögű háromszögből áll, melyek együtt egy* 4 cm *oldalú szabályos háromszöget alkotnak.* $T = 4^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}$
A körszelet területe: (16,76 – 6,93 =) 9,83 cm^2.	1 pont	
A keresett terület ennek a kétszerese, kb. 19,66 cm^2.	1 pont	*Pontos értékkel számolva és a végén kerekítve* 19,65 cm^2.
Összesen:	**7 pont**	

17. c) második megoldás		
A körlapok közös részének területe két 4 cm oldalú szabályos háromszög, valamint négy 60°-os középponti szögű, 4 cm sugarú körszelet területének összege. 	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Egy háromszög területe: $4^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} \approx 6{,}93\ \text{cm}^2$.	2 pont	
Egy 60°-os körcikk területe: $\frac{4^2\cdot\pi}{6} \approx 8{,}38\ \text{cm}^2$.	2 pont	
Egy körszelet területe: (8,38 – 6,93 =) 1,45 cm^2.	1 pont	
A keresett terület: $2\cdot 6{,}93 + 4\cdot 1{,}45 = 19{,}66\ \text{cm}^2$.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

18. a) **első megoldás**		
A kocka felszíne: $6 \cdot 10^2 = 600\,\text{cm}^2$.	1 pont	
Egy „eltűnő” egyenlőszárú derékszögű háromszög területe: $\frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5\ \text{cm}^2$.	1 pont	
Az „új”, egyenlő oldalú háromszöglap oldalának hossza $5\sqrt{2}$ (≈ 7,07 cm) (mert egy 5 cm befogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója).	1 pont	*Pitagorasz-tétellel:* $\sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{50}$.
Az egyenlő oldalú háromszög lap területe: $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (5\sqrt{2})^2 = 12,5\sqrt{3}$ (≈ 21,65 cm²).	2 pont	
A test felszíne: $600 - 3 \cdot 12,5 + 12,5\sqrt{3} \approx 584$ cm².	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

18. a) **második megoldás**		
Egy 10 cm oldalú négyzetlap területe 100 cm².	1 pont	
Egy ötszöglap területe (egy négyzetlap területénél egy 5 cm befogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög területével kisebb): $100 - \frac{5 \cdot 5}{2} = 87,5\ \text{cm}^2$.	1 pont	
Az egyenlő oldalú háromszöglap oldalának hossza: $5\sqrt{2}$ (≈ 7,07) cm,	1 pont	
területe: $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (5\sqrt{2})^2 = 12,5\sqrt{3}$ (≈ 21,65) cm².	2 pont	
A test felszíne (három négyzetlap, három ötszöglap és egy háromszöglap területének összege): $3 \cdot 100 + 3 \cdot 87,5 + 12,5\sqrt{3} \approx 584$ cm².	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

18. b)		
A lapok száma 14.	1 pont	
A csúcsok száma 12.	1 pont	
Az élek száma 24.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

18. c) **első megoldás**		
(Ha nem vesszük figyelembe a két kihúzott kocka sorrendjét.) Összesen $\binom{10}{2} = 45$-féleképpen húzhatunk.	1 pont	*(Ha figyelembe vesszük a két kihúzott kocka sorrendjét.)* *Összesen* $10 \cdot 9 = 90$-*féleképpen húzhatunk.*
A kedvező esetek száma $3 \cdot 7 = 21$.	1 pont	*A kedvező esetek száma* $3 \cdot 7 + 7 \cdot 3 = 42$.
A keresett valószínűség $\frac{21}{45}\left(=\frac{7}{15}\right) \approx 0{,}47$.	1 pont	*A keresett valószínűség* $\frac{42}{90}$.
Összesen:	**3 pont**	

18. c) **második megoldás**		
A kék-piros, illetve a piros-kék húzások valószínűségeinek összege: $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} =$	2 pont	
$= \frac{42}{90}$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

18. d) **első megoldás**		
Az összes eset száma 36.	1 pont	
11 olyan eset van, amikor legalább az egyik dobás 6-os (a kedvező esetek száma 11, az ábrán a szürkével jelzett mezők).	2 pont	
A keresett valószínűség $\frac{11}{36}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2						
3						
4						
5						
6						

18. d) **második megoldás**		
Két dobás esetén az összes eset száma 36,	1 pont	*Annak valószínűsége, hogy az első két dobás egyike sem 6-os:* $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$.
ezek között $5 \cdot 5 = 25$ olyan eset van, amikor a két dobás egyike sem 6-os.	1 pont	
A keresett valószínűség $1 - \frac{25}{36} =$	1 pont	
$= \frac{11}{36}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	